

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ Éléments de solution de l'épreuve de la Finale 2013

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

Dans ces éléments de solution, nous proposons, pour chaque problème, au moins une réponse dont la démarche est accessible aux élèves.

1 Nombre à la pointe

1.1 Le sujet

A l'aide du tableur, on a inscrit dans la colonne A les entiers consécutifs, en partant de 0 et on construit un triangle numérique à partir de cette première colonne.

Dans l'exemple ci-dessous, nous sommes partis des entiers compris entre 0 et 5 et la pointe du triangle est 80.

1. Combien vaut la pointe lorsque le dernier nombre de la première colonne est 10 ? Justifiez votre réponse
2. La pointe peut-elle être un nombre impair différent de 1 ? Si oui, donner le dernier nombre de la colonne de départ. Si non, justifier votre réponse.

	A	B	C	D	E	F	G
1	0	1	4	12	32	80	
2	1	3	8	20	48		
3	2	5	12	28			
4	3	7	16				
5	4	9					
6	5						

1.2 Analyse a priori

Première étape :

Un tableau de nombres est donné, à partir de celui-ci, il convient de découvrir l'algorithme de sa fabrication.

La pointe de ce triangle est le dernier nombre entier affiché.

Deuxième étape :

La première colonne de ce tableau étant prolongée, l'utilisation de l'algorithme précédent permet de trouver le nombre à la pointe correspondant.

L'observation des nombres des différentes colonnes permet d'émettre des conjectures sur la parité des entiers, puis de le justifier.

L'utilisation d'un tableur facilite la constitution de ce tableau de nombres.

1.3 Éléments de solutions

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	0	1	4	12	32	80	192	448	1024	2304	5120	
2	1	3	8	20	48	112	256	576	1280	2816		
3	2	5	12	28	64	144	320	704	1536			
4	3	7	16	36	80	176	384	832				
5	4	9	20	44	96	208	448					
6	5	11	24	52	112	240						
7	6	13	28	60	128							
8	7	15	32	68								
9	8	17	36									
10	9	19										
11	10											
12												

1. Chaque terme se calcule en ajoutant le terme directement sur sa gauche et celui qui est sous le terme directement sur sa gauche.

Dans la cellule B1 on entre la formule $= A1 + A2$ et on recopie cette formule vers le bas et vers la droite autant de fois que nécessaire.

Le nombre à la pointe est 5120.

2. Comme l'entier à la pointe est supérieur à 1, la colonne A contient le nombre 2 et le tableau contient au moins 3 colonnes.

La colonne A est bâtie avec la suite des entiers consécutifs.

La somme de deux entiers consécutifs est un nombre impair, donc la colonne B est uniquement constituée de nombres impairs.

La somme de deux nombres impairs est un nombre pair, donc la colonne C sera constituée de nombres pairs.

La somme de deux nombres pairs est un nombre pair, donc les colonnes, à partir de C, seront constituées de nombres pairs.

La pointe ne pourra pas être un nombre impair différent de 1.

2 Dominos

2.1 Le sujet

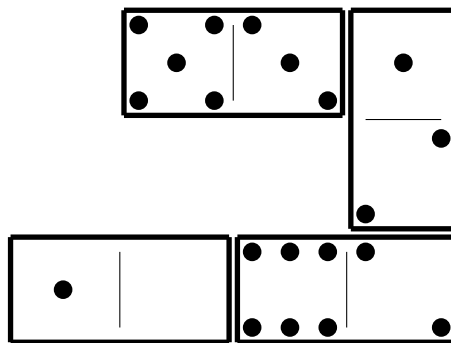
Dans un jeu de domino, il y a 28 pièces.



Avec quatre de ces dominos, Louison « pose » des multiplications comme l'exemple ci-contre.

Elle représente alors la multiplication

$$531 \times 2 = 1062$$



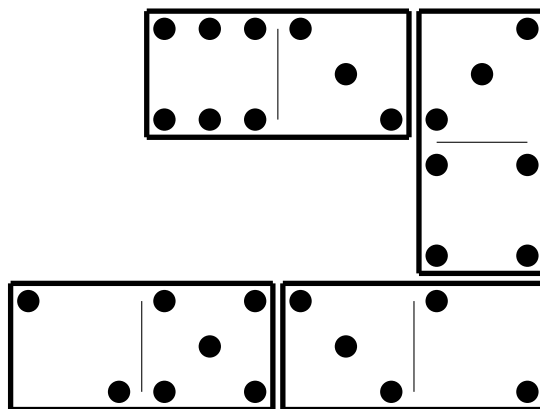
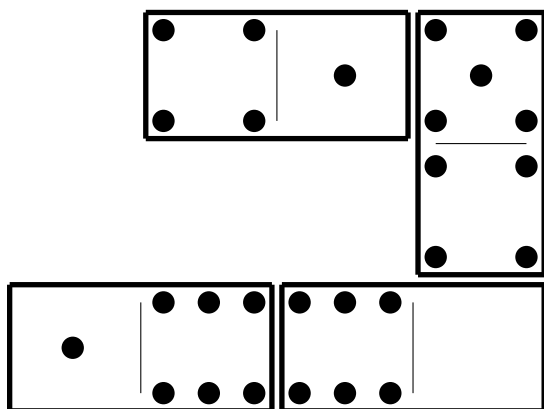
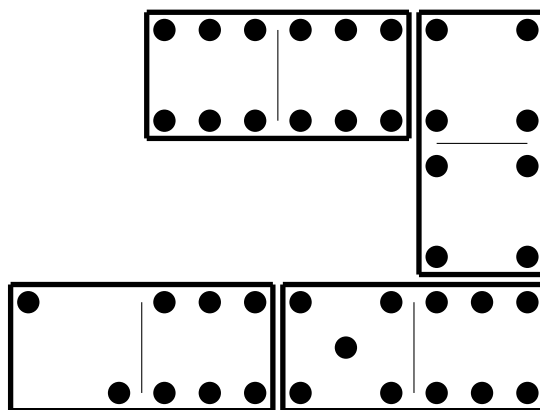
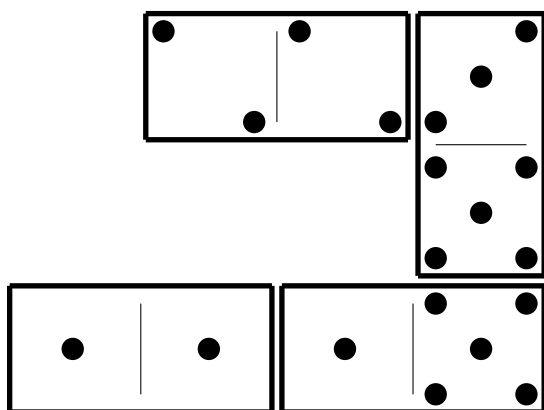
Trouvez le plus grand nombre possible de multiplications de cette sorte (chaque domino ne peut être utilisé que dans une seule multiplication).

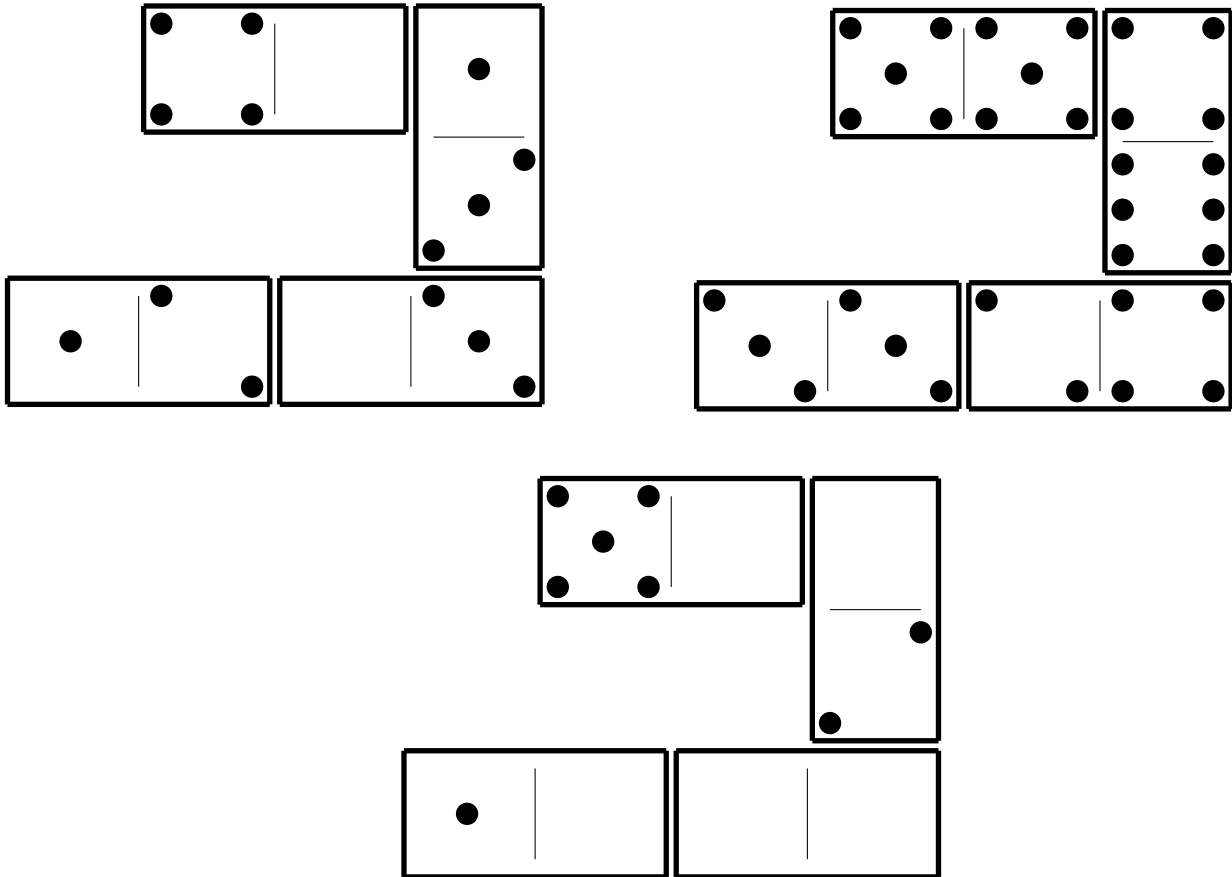
2.2 Analyse a priori

La disposition des dominos permettant de visualiser une multiplication est simple à comprendre. De plus, une photo du jeu de dominos est donnée afin de rappeler la composition de celui-ci.

Une feuille réponse permet aux élèves d'envisager au plus sept multiplications différentes possibles, sachant que chaque domino ne peut-être utilisé qu'une seule fois.

2.3 Éléments de solutions





3 Le pot de fleurs

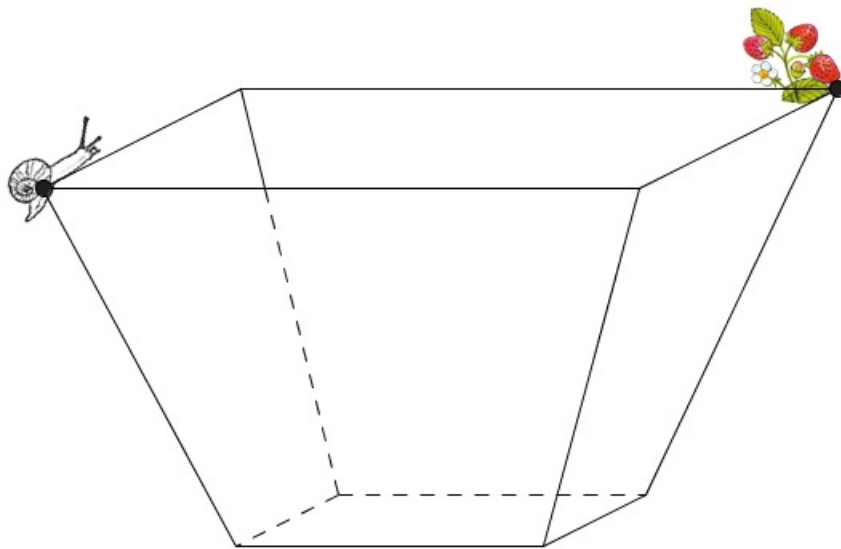
3.1 Le sujet

Dans le jardin de Balthazar se trouve un pot de fleurs rempli de terre dont la base est un carré de côté 30 cm et la face supérieure un carré de côté 60 cm, ses quatre faces latérales sont des trapèzes isocèles identiques ayant une hauteur de 50 cm.

Un escargot se trouve à un coin supérieur du pot de fleurs. Il veut aller manger la fraise des bois qui se trouve dans le coin diagonalement opposé, comme le montre le dessin ci-dessous.

Il se trouve que Balthazar a mis des granulés anti-escargots partout sur la terre à la surface du pot, aucune chance pour l'escargot de traverser indemne !

Donnez la longueur du plus court chemin que devra emprunter l'escargot pour manger la fraise sans mettre en péril sa vie. La longueur du trajet sera donnée au centième de centimètre près.



3.2 Analyse a priori

Cet objet de l'espace est parfaitement déterminé par une description physique, un dessin en perspective permet une meilleure visualisation de celui-ci.

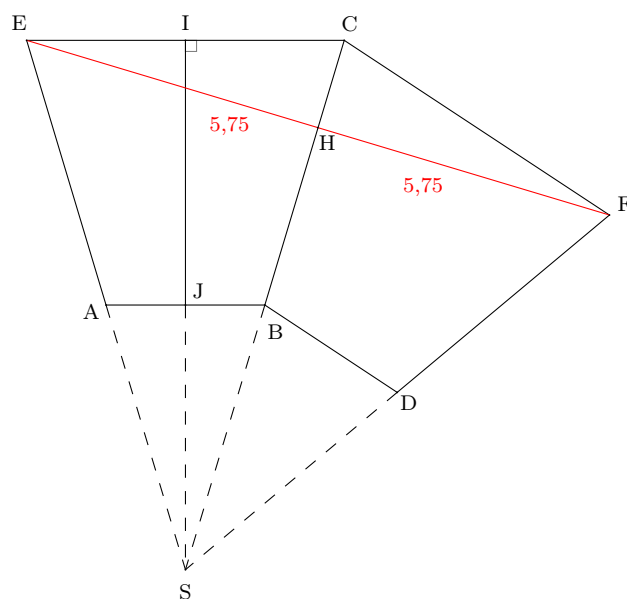
Un premier réflexe peut être celui de réaliser un patron de cet objet, mais pas n'importe lequel ! Le calcul d'une distance peut se faire en utilisant soit des relations trigonométriques, soit le calcul d'aires.

3.3 Éléments de solutions

Voici 2 des 4 faces latérales du pot de fleurs : ABCE et BCFD. Les faces latérales sont toutes identiques, elles ont la forme d'un trapèze isocèle avec une petite base de 30 cm et une grande base de 60 cm.

L'escargot se trouve au point E et la fraise au point F. Le plus court chemin pour aller de E à F sans passer par la face du dessus est le segment [EF] tracé en rouge sur les deux faces latérales.

Les 2 faces étant identiques on a $EF = 2EH$.



Pour trouver la longueur du chemin, il faut donc calculer EH.

ABCE étant un trapèze isocèle, la médiatrice de ses 2 bases est un axe de symétrie. Le point d'intersection de (AE) et (BC) est le point S qui est situé sur la médiatrice.

Par le théorème de Thalès, comme $IJ = 50$ cm, on obtient $SI = 100$ cm.

Dans le triangle ICS, rectangle en I, d'après le théorème de Pythagore, on obtient $SC = 10\sqrt{109}$ cm.

A l'aide de la trigonométrie dans les triangles rectangles ICS et ECH, on obtient $\sin \hat{C} = \frac{EH}{EC} = \frac{SI}{SC}$

$$\text{D'où } EH = \frac{100 \times 60}{10\sqrt{109}} = \frac{600}{\sqrt{109}} \text{ cm.}$$

Donc, le chemin le plus court que pourra emprunter l'escargot pour aller manger la fraise sans prendre de risque a une longueur d'environ 114,94 cm.

Variante

On peut aussi écrire directement que l'aire du triangle ECS est le produit de EC par IS divisé par 2 mais également le produit SC par EH divisé par 2.

On a : $EC \times IS = SC \times EH$, d'où la valeur de EH.

4 Cible carrée

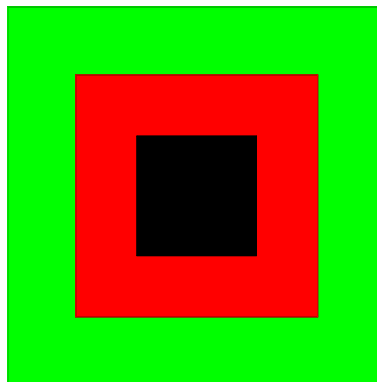
4.1 Le sujet

Léa et Léo veulent jouer aux fléchettes mais ils n'ont pas de cible.

Dans le hangar de papy, ils trouvent une planche sur laquelle est peint un carré noir.

Ils décident de compléter ce dessin avec deux autres couleurs pour obtenir une cible carrée.

Ils veulent que les trois zones peintes aient la même aire.



Exemple de cible

Sur la fiche-réponse, construisez à la règle non graduée et au compas la cible à partir du carré noir. Justifiez votre construction.

4.2 Analyse a priori

Cet exercice est un problème de construction à la règle et au compas.

Dans un premier temps, les élèves auront à analyser la figure et ses propriétés. Ils pourront ainsi trouver les rapports d'agrandissement des deux carrés à construire qui sont des nombres irrationnels ($\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$). Ensuite, il leur restera à construire ces carrés en utilisant des triangles rectangles appropriés pour obtenir $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$.

4.3 Éléments de solutions

- Analyse de la figure :

Soit An l'aire du carré noir, Ag celle de la partie grise et Ab celle de la partie blanche.

On veut que $An = Ag = Ab$

On sait que $An = CD^2$

D'une part : $Ag = HG^2 - An$

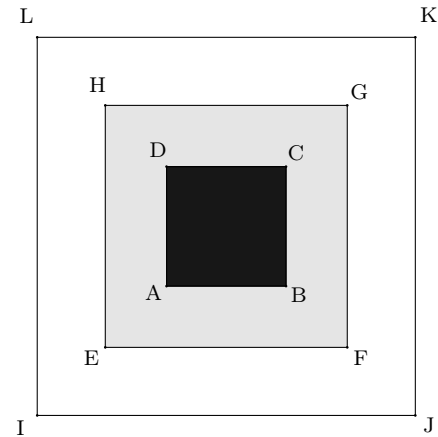
et d'autre part : $Ag = An$

donc $HG^2 = 2CD^2$ soit $HG = \sqrt{2} \times CD$

De même $Ab = LK^2 - 2An$

et d'autre part : $Ab = An$

donc $LK^2 = 3CD^2$ soit $LK = \sqrt{3} \times CD$



A partir du carré noir, il faut donc construire un 1^{er} carré dans un rapport de $\sqrt{2}$ puis un 2^e carré dans un rapport $\sqrt{3}$.

- Construction de la figure :

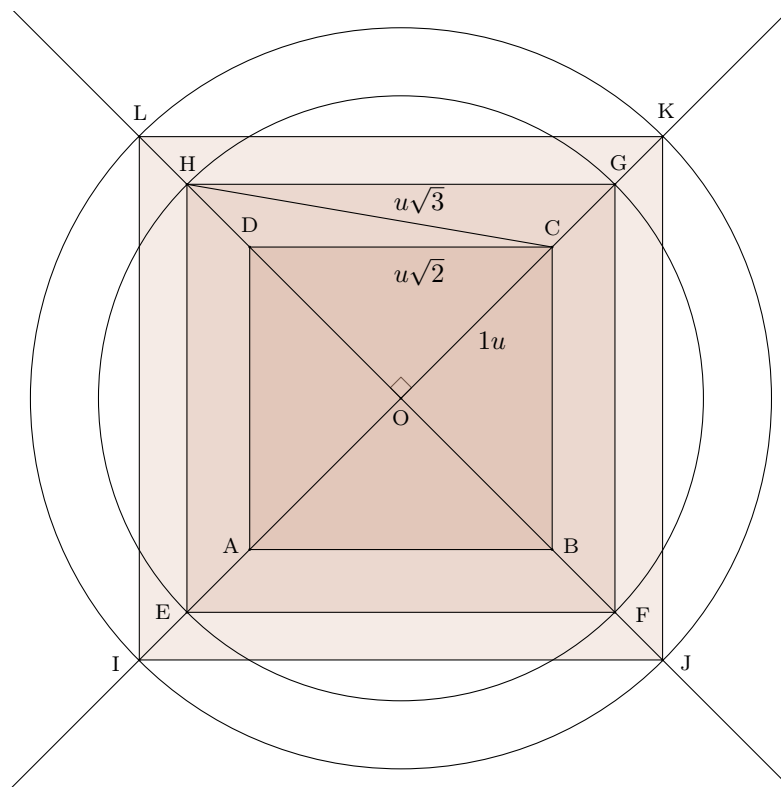
Dans un triangle OCD, isocèle et rectangle en O, si OC vaut une unité de longueur alors CD vaut $\sqrt{2}$ unité.

On construit le cercle de centre O et de rayon CD.

Les 4 points d'intersection de ce cercle avec les diagonales du carré sont les sommets du carré EFGH.

Dans le triangle OCH rectangle en O, CH vaut $\sqrt{3}$ unités.

On construit le cercle de centre O et de rayon CH et on obtient le carré IJKL.



5 The Wave

5.1 Le sujet

Le directeur de la piscine à vagues « The Wave » a commandé une fresque décorative.

Voici ce que lui suggère le styliste décorateur :

Le directeur trouve l'idée intéressante. Il fait cependant le calcul des trois aires peintes en blanc, en bleu clair et en bleu foncé et propose alors une modification :

« J'aimerais conserver la partie blanche mais je voudrais que les deux surfaces bleues aient la même aire, tout en restant plus grande que la blanche ».

Quelles sont les aires des trois parties suggérées par le styliste ?

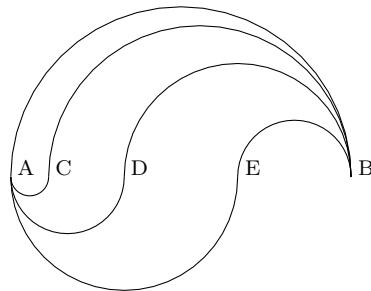
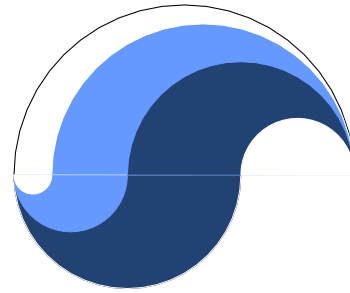
Proposez une solution pour contenter le directeur.

On donne :

$AB = 18$; $AC = 2$; $AD = 6$ et $AE = 12$,

A, C, D, E et B sont alignés,

$[AC]$, $[AD]$, $[AE]$, $[AB]$, $[CB]$, $[DB]$ et $[EB]$
sont les diamètres des différents demi-cercles.



5.2 Analyse a priori

Cette figure du plan est composée de demi-cercles dont les rayons sont dans une première étape donnés, permettant d'en faire une analyse, l'élève peut être amené à la dessiner sur sa feuille. A partir de ce dessin, il s'agit alors de calculer l'aire de demi-disques, dont les diamètres sont donnés, puis de faire des sommes ou différences pour calculer les zones mises en évidence.

Les résultats pourront être exprimés sous forme exacte ou approchée.

Puis dans une deuxième étape, il convient de choisir deux inconnues faciles à identifier, sans oublier qu'il existe entre elles une relation simple.

Un dessin de cette fresque devrait permettre de visualiser les résultats demandés.

5.3 Éléments de solutions

5.3.1 Quelles sont les aires des trois parties suggérées par le styliste ?

- Aire de la partie blanche :

$$\frac{\pi \times 1^2}{2} + \frac{\pi \times 9^2}{2} - \frac{\pi \times 8^2}{2} = 0,5 \times \pi + 40,5 \times \pi - 32 \times \pi = 9\pi \approx 28,3$$

- Aire de la partie bleu clair :

$$\frac{\pi \times 3^2}{2} - \frac{\pi \times 1^2}{2} + \frac{\pi \times 8^2}{2} - \frac{\pi \times 6^2}{2} = 4,5 \times \pi - 0,5 \times \pi + 32 \times \pi - 18\pi = 18\pi \approx 56,5$$

- Aire de la partie bleu foncé :

$$\frac{\pi \times 6^2}{2} - \frac{\pi \times 3^2}{2} + \frac{\pi \times 6^2}{2} - \frac{\pi \times 3^2}{2} = 18 \times \pi - 4,5 \times \pi + 18 \times \pi - 4,5 \times \pi = 27\pi \approx 84,8$$

5.3.2 Proposez une solution pour contenter le directeur.

- Une première solution peut être trouvée par les élèves en faisant en sorte que les parties bleu clair et bleu foncé soient symétriques l'une de l'autre.
Pour cela, il faut que D soit le milieu de [AB] et que EB soit égal à AC.

Ce qui donne **AD = 9** et **AE = 16**.

Les deux aires mesurent alors $31,5\pi$ chacune (mais il n'est pas utile de calculer cette valeur).

- Une deuxième solution peut être trouvée par les élèves en conservant la position de D et en rapprochant le point E du point D :
Avec **AE = 10**, on obtient pour la partie bleu foncé :

$$\frac{\pi \times 5^2}{2} - \frac{\pi \times 3^2}{2} + \frac{\pi \times 6^2}{2} - \frac{\pi \times 4^2}{2} = 12,5 \times \pi - 4,5 \times \pi + 18 \times \pi - 8 \times \pi = 18\pi$$

- Ils peuvent enfin penser intuitivement que si D est le milieu de [CE], les deux aires seront égales :
par exemple, si on prend **AD = 7** et **AE = 12**, chaque aire sera de $22,5\pi$.
- Nous allons maintenant établir la relation générale qui lie les différents diamètres :

soit **AD = 2r** et **AE = 2R**

Par conséquent DB = AB - AD = 18 - 2r et EB = AB - AE = 18 - 2R

- Aire de la partie bleu clair :

$$\frac{\pi \times r^2}{2} - \frac{\pi \times 1^2}{2} + \frac{\pi \times 8^2}{2} - \frac{\pi \times (9-r)^2}{2} = \frac{\pi}{2}(r^2 - 1 + 64 - 81 + 18r - r^2) = \frac{\pi}{2}(18r - 18)$$

- Aire de la partie bleu foncé :

$$\frac{\pi \times R^2}{2} - \frac{\pi \times r^2}{2} + \frac{\pi \times (9-r)^2}{2} - \frac{\pi \times (9-R)^2}{2} = \frac{\pi}{2}(R^2 - r^2 + 81 - 18r + r^2 - 81 + 18R - R^2) = \frac{\pi}{2}(18R - 18r)$$

Ces deux aires sont égales si

$$18r - 18 = 18R - 18r \text{ ou } 2r - 2 = 2R - 2r$$

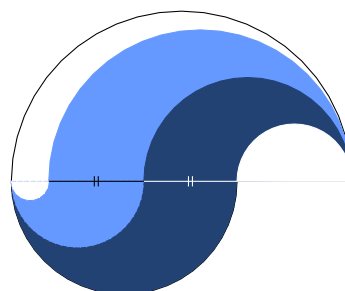
Or AD = 2r et AC = 2

$$\text{donc } 2r - 2 = AD - AC = CD$$

De même AE = 2R et AD = 2r

$$\text{donc } 2R - 2r = AE - AD = DE$$

Conclusion : les parties bleu clair et bleu foncé auront la même aire si CD = DE.

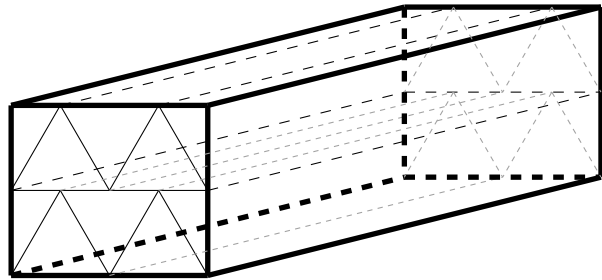


6 Trichoco

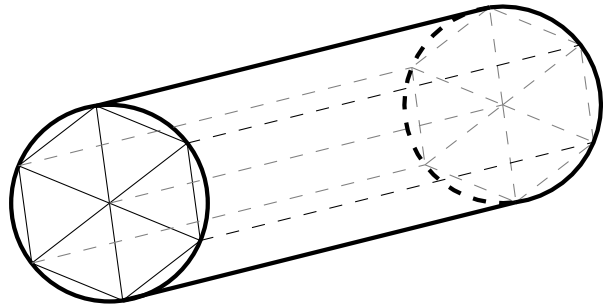
6.1 Le sujet

La friandise préférée des petits et des grands, les barres TRICHOCO, est conditionnée dans un emballage en forme de prisme dont la base est un triangle équilatéral de côté 3,5 cm et de longueur 21 cm.

Pour la vente, les barres sont vendues par six dans un étui en forme de pavé, dans lequel on superpose deux rangées de trois barres comme le montre le dessin ci-contre. Pour optimiser l'emballage, les barres sont l'une contre l'autre, l'une sur l'autre et sont en contact avec l'emballage.



Un nouvel emballage, contenant aussi six barres, est à l'étude. Il sera cylindrique et les barres seront disposées comme sur le dessin ci-contre.



L'inventeur avance deux arguments :

- son emballage utilisera 20% de matière en moins ;
- son emballage laissera deux fois moins d'espace vide.

Vérifiez chacun de ses arguments en expliquant votre démarche.

6.2 Analyse a priori

L'étude de deux emballages est proposée, l'un de type pavé droit, l'autre de type cylindre droit. Ce problème propose des tâches multiples : calcul de l'aire des faces d'un pavé droit, calcul de l'aire d'un cylindre droit, calcul du volume d'un pavé droit et d'un cylindre, puis calcul de quotients. Les différentes dimensions utiles sont obtenues en utilisant celles d'un prisme droit à base triangulaire.

6.3 Éléments de solutions

Pour le pavé :

$Aire_{pave} = 2 \times (7 \times 2h + 7 \times 21 + 2h \times 21)$ avec h la hauteur du triangle équilatéral de côté 3,5 cm.

$$Aire_{pave} = 294 + 56h$$

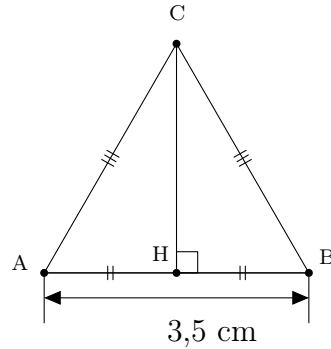
Dans le triangle équilatéral ABC, (CH) est hauteur et médiatrice. Donc AH = 1,75 cm.

Dans ACH, rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore

$$CH^2 = AC^2 - AH^2$$

$$\text{d'où } CH = \sqrt{3,5^2 - 1,75^2} = \frac{7\sqrt{3}}{4} \approx 3,03 \text{ cm}$$

$$\text{Donc } Aire_{pave} = 294 + 196\sqrt{3} \approx 633 \text{ cm}^2$$



$$\begin{aligned} Vide_{pave} &= Volume_{pave} - 6 \times Volume_{trichoco} \\ &= 21 \times 7 \times 2h - 6 \times \frac{3,5 \times h}{2} \times 21 \\ &= \frac{1029}{2}\sqrt{3} - \frac{3087}{8}\sqrt{3} \\ &= \frac{1029}{8}\sqrt{3} \\ &\approx 223 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Pour le cylindre :

$$Aire_{cylindre} = 2 \times \pi \times 3,5^2 + 21 \times 2\pi \times 3,5 = \frac{343}{2}\pi \approx 539 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} Vide_{cylindre} &= Volume_{cylindre} - 6 \times Volume_{trichoco} \\ &= \pi \times 3,5^2 \times 21 - 6 \times \frac{3,5 \times h}{2} \times 21 \\ &= \frac{1029}{4}\pi - \frac{3087}{8}\sqrt{3} \\ &\approx 140 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

- Le premier argument de l'inventeur est que l'emballage cylindrique utilise 20 % de matière en moins.

On raisonne sur les aires, calculons ce que cela représente :

$$633 \times 0,8 = 506,4 \text{ cm}^2 \text{ ce qui est inférieur à } 539 \text{ cm}^2$$

Donc l'inventeur a tort ; le gain est inférieur à 20 %, il représente $\frac{633 - 539}{633} \approx 15\%$

- Le deuxième argument de l'inventeur est que l'emballage cylindrique laissera 2 fois moins d'espace vide.

On raisonne sur les volumes, calculons ce que cela représente :

$$\frac{223}{2} = 111,5 \text{ cm}^3 < 140 \text{ cm}^3$$

Donc l'inventeur a tort ; c'est moins de 2 fois moins, c'est en effet $\frac{223}{140} \approx 1,6$ fois moins.

Remarques :

1. Si on arrondissait la valeur de h à 3 cm, on arriverait sensiblement aux mêmes conclusions avec 14 % au lieu de 15 % pour la matière en moins et avec 1,5 au lieu de 1,6 pour le vide.
2. Pour le vide, les hauteurs des deux emballages étant les mêmes, on pouvait aussi raisonner sur les surfaces et on comparait alors :
 - pour le pavé : $2 \times \frac{3,5 \times h}{2}$
 - pour le cylindre : $\pi \times 3,5^2 - 6 \times \frac{3,5 \times h}{2}$

7 Boules en triangle

7.1 Le sujet

Quinze boules de deux pouces de diamètre sont disposées en triangle (comme l'indique la photo ci-contre).

Déterminez le périmètre du triangle permettant de disposer ainsi un nombre de boules le plus proche de soixante.

Vous expliquerez votre démarche.



7.2 Analyse a priori

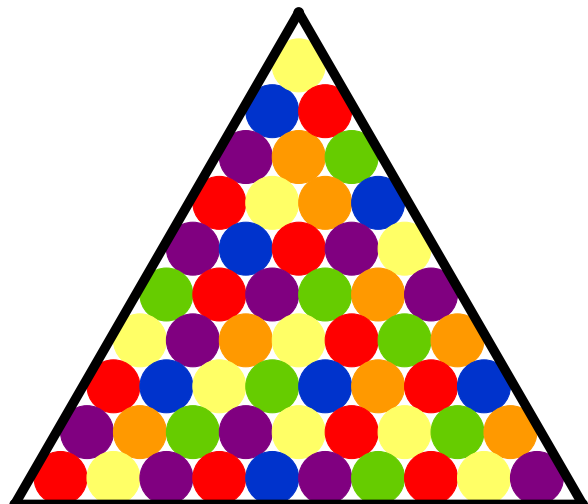
L'observation de la disposition des boules montre que dans un premier temps, il convient de déterminer le nombre de boules constituant la base du triangle. Pour cela, il faut calculer la somme des entiers consécutifs depuis 1 jusqu'à obtenir un nombre immédiatement inférieur à 60.

Puis ensuite analyser la configuration que l'on souhaite obtenir, afin d'utiliser des propriétés du triangle équilatéral.

Un logiciel de géométrie peut être également utilisé.

7.3 Éléments de solutions

Nombre de boules sur la base	Nombre de boules utilisées
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15
6	21
7	28
8	36
9	45
10	55
11	66



On pourra donc placer 55 boules en triangle ce qui est le nombre le plus proche de 60.

Sur un côté seront ainsi disposées 10 boules.

La longueur de ce côté est donc de 9 diamètres et 2 fois la longueur HS (voir figure).

Le triangle HSO est un demi-triangle équilatéral.

Le côté [SO] mesure donc 2 pouces.

La hauteur [HS], relative au sommet S mesure donc :

$$2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

La longueur d'un côté du triangle sera donc :

$$9 \times 2 + 2\sqrt{3} = (18 + 2\sqrt{3})$$

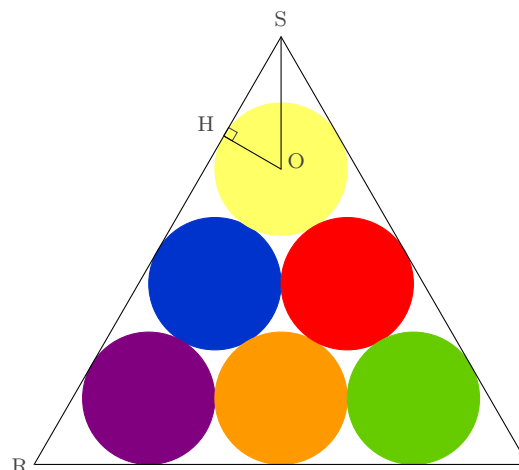
Le périmètre du triangle est donc :

$$p = (18 + 2\sqrt{3}) \times 3$$

$$p = (54 + 6\sqrt{3}) \approx 64,4 \text{ pouces}$$

Le périmètre du triangle est donc d'environ 64,4 pouces.

Une autre proposition : il est possible de réaliser la figure avec un LGD (ici, GeoGebra) et de faire afficher la longueur d'un côté.



8 Le Ludo Marathon

8.1 Le sujet

Les enfants du club sportif du village participent pendant quatre semaines à un « ludo-marathon », une succession de jeux culturels, stratégiques, physiques et manuels.

A l'issue des épreuves physiques qui avaient lieu cette semaine, les enfants sont classés et on leur attribue des bonbons virtuels (qui seront convertis en lots après les 4 semaines).

Les bonbons sont distribués de la manière suivante :

le dernier a reçu un bonbon, l'avant dernier en a eu 2 de plus que le dernier, l'avant-avant dernier en a eu 2 de plus que l'avant-dernier ...etc.

Au total, 1369 bonbons ont été distribués.

1. Combien y avait-il de participants au « ludo-marathon » du club sportif?
2. Combien le premier a-t-il reçu de bonbons ? Vous expliquerez votre démarche.

8.2 Analyse a priori

Une analyse de la distribution des bonbons permet de constater que la suite ainsi construite est celle d'une suite arithmétique de raison 2.

Il convient de calculer la somme de termes d'une telle suite. Ce calcul peut être réalisé en utilisant un tableur. C'est l'occasion de montrer qu'il existe des techniques mathématiques permettant d'exprimer la somme des entiers impairs successifs de 1 à $2n - 1$.

Cela conduit à la résolution d'une équation du second degré du type : $n \times (2n - 1) = 1369$.

Là encore des essais numériques peuvent être réalisés.

8.3 Éléments de solutions

En utilisant une feuille de calcul d'un tableur.

	A	B	C
1	Classement à partir du dernier	Nombre de bonbons reçus	Cumul des bonbons reçus
2	1	1	1
3	2	3	4
4	3	5	9
5	4	7	16
6	5	9	25
7	6	11	36
8	7	13	49
9	8	15	64
10	9	17	81
11	10	19	100
12	11	21	121
13	12	23	144
14	13	25	169
15	14	27	196
16	15	29	225
17	16	31	256
18	17	33	289
19	18	35	324
20	19	37	361
21	20	39	400
22	21	41	441
23	22	43	484
24	23	45	529
25	24	47	576
26	25	49	625
27	26	51	676
28	27	53	729
29	28	55	784
30	29	57	841
31	30	59	900
32	31	61	961
33	32	63	1024
34	33	65	1089
35	34	67	1156
36	35	69	1225
37	36	71	1296
38	37	73	1369

1. On ajoute 2 au nombre de bonbons du précédent. Dans B3 on écrit = **B2 + 2**.
2. On ajoute le nombre de bonbons que l'on vient de calculer au cumul précédent.
Dans C3 on écrit = **B3 + C2**.

Il y avait 37 participants au "Ludo-marathon" et le premier a reçu 73 bonbons.

Remarque : Des élèves ont conjecturé que $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ et $1369 = 37^2$.

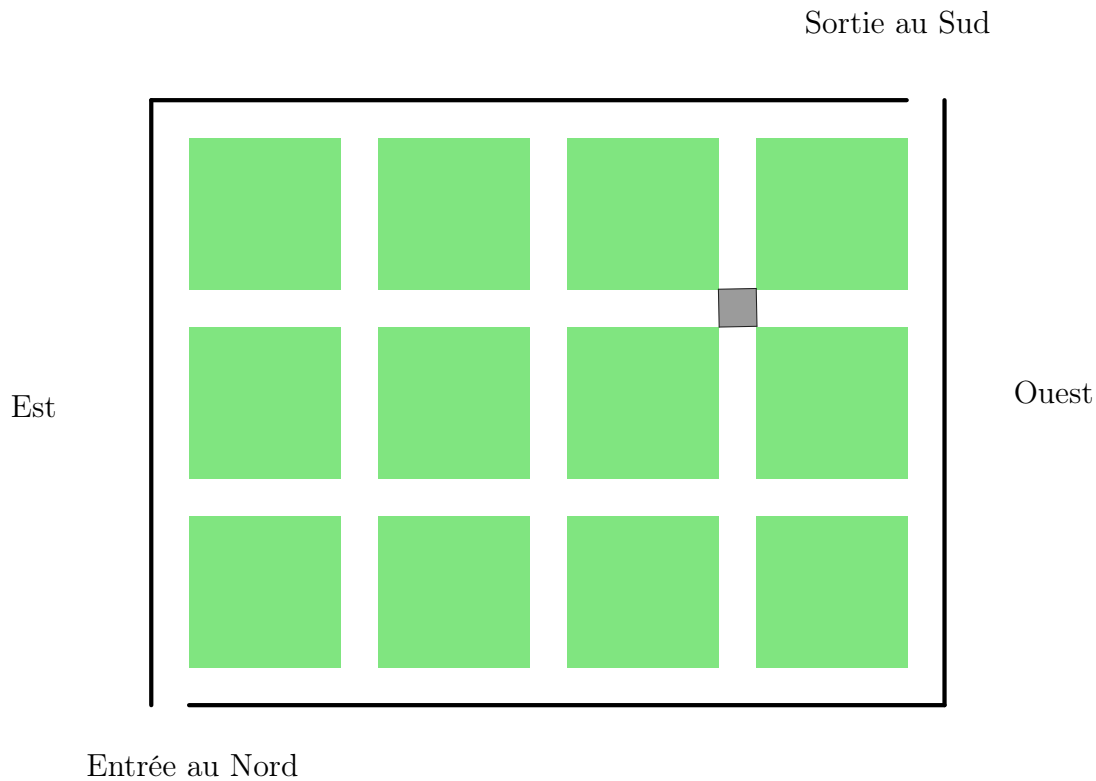
9 Labyrinthe

9.1 Le sujet

Dans la dernière version du jeu « Alice au pays des Probabilités », le héros, Supermatheux, doit traverser un labyrinthe composé d'îlots carrés bordés par des allées.

Arrivé à l'entrée Nord, il est soumis à des forces magiques qui le font parcourir au hasard les allées mais toujours dans le sens **Nord-Sud** ou **Est-Ouest** jusqu'à la sortie Sud.

Si par chance, son parcours le fait passer sur la Dalle de Chance, en gris foncé sur le plan, il disposera de deux fois plus de temps pour aller délivrer Alice.



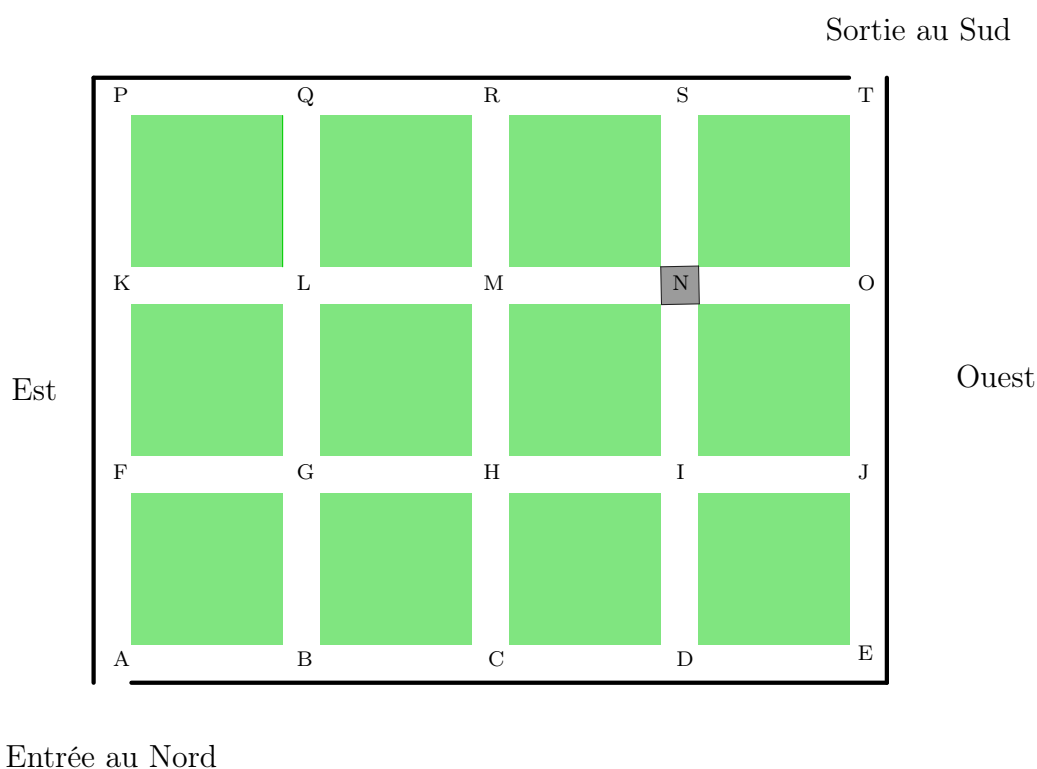
Quelle est la probabilité que Supermatheux passe par la dalle de chance? Expliquez votre démarche.

9.2 Analyse a priori

Dans cet exercice, le calcul de la probabilité demandé devra être précédé d'un dénombrement que les élèves devront faire avec méthode et de manière exhaustive puisqu'ils ne disposent pas d'outils de calcul pour s'épargner de lister toutes les possibilités. Mais le nombre d'issues reste raisonnable et l'usage d'un arbre ou d'un tableau peut rendre la tâche plus facile.

9.3 Éléments de solutions

Chaque intersection peut être repérée par une lettre de manière à lister les différents chemins à l'aide d'un arbre ou d'un tableau.



Il n'est pas nécessaire de compléter entièrement l'arbre ou le tableau puisque dès l'étape 3, on remarque des fins de parcours identiques.

Départ	Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4	Étape 5	Étape 6	Arrivée	
A	B	C	D	E	J	O	T	
				I	J	O	T	
					N	O S	T T	
			H	I	J	O	T	
					N	O S	T T	
				M	N	O S	T T	
					R	S	T	
				G	H	I	J	O
			N				O S	T T
			M			N	O S	T T
						R	S	T
		L	M		N	O S	T T	
					R	S	T	
			Q		R	S	T	
					F	G	H	I
		N	O S	T T				
		M	N	O S				T T
			R	S				T
		L	M	J			O	T
				N			O S	T T
			Q	R			S	T
	K			L			M	R
		N	O S					T T
		Q	R				S	T
		P	Q	R	T			
		Nombre de trajets	2	4	8	16	25	35

On peut dénombrer 35 chemins permettant de traverser le labyrinthe.

Parmi ces 35 chemins, 20 passent par la dalle de chance repérée par la lettre N.

La probabilité que Supermatheux passe par la dalle de chance est donc égale à $\frac{20}{35}$
soit $\frac{4}{7}$.